L3 Mathématiques, 2013-2014

LM346 : examen de travaux pratiques

Exercice 1. On considère une variable aléatoire X dont la loi est donnée par $\mathbb{P}[X=-1]=1/6$, $\mathbb{P}[X=0]=1/3$ et $\mathbb{P}[X=1]=1/2$.

1. Coder une fonction `discrete` qui simule une telle variable aléatoire.
2. Coder une fonction `vectdiscrete(N)` qui en simule N (indépendantes).
3. Tracer l'histogramme (3 bâtons) quand $N=10000$.

Exercice 2. On considère la densité $f(x)=2x\mathbf{1}_{[0,1]}(x)$.

1. Coder une fonction `continue` qui simule une variable aléatoire ayant cette densité.
2. Coder une fonction `vectcontinue(N)` qui en simule N (indépendantes).
3. Tracer l'histogramme (20 bâtons) quand $N=10000$, et la densité f (sur le même graphique).

Exercice 3. On considère l'intérale $I=\int_0^1 f(x)dx$, où $f(x)=x\sin(\cos(x))dx$. Coder une fonction `approx(N)` qui approche I par une méthode de Monte-Carlo. Calculer `approx(10)`, `approx(100)`, `approx(1000)` et `approx(10000)`. *Pour vérifier votre code: I vaut environ* 0.3427.

Exercice 4. On considère une chaîne de Markov à deux états 0 et 1, qui part de 0 à l'instant 1, et de matrice de transition

$$\begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}.$$

1. Coder une fonction `traj(N)` qui simule une trajectoire de cette chaîne jusqu'à l'instant N.
2. Tracer une telle trajectoire avec $N=100$.
3. En choisissant $N=10000$, donner une valeur approchée de la probabilité invariante π.
4. Calculer les fréquences empiriques de passages de 0 à 0, 0 à 1, 1 à 0 et 1 à 1.