

PROGRAMME DE COLLES

SEMAINE 8 (DU 23/11 AU 27/11)

**Topologie**

- Premières définitions : norme sur un espace vectoriel, distance associée à une norme, ouvert, fermé, adhérence, intérieur, partie dense, voisinage d'un point.
- Convergence des suites, notion d'équivalence entre deux normes.
- Topologie induite : ouverts relatifs, fermés relatifs d'une partie d'un evn.
- Fonctions : limite, continuité.
- Caractérisations de la continuité pour une application linéaire.
- Compacité, application aux problèmes d'extrema. Compacts en dimension finie.
- Connexité par arcs.

**Familles sommables**

Les deux théorèmes de sommation par paquets (pour une famille de réels positifs, qui donne une CNS pour la sommabilité, et pour une famille quelconque de complexes, utilisé pour mener un calcul).

Deux applications de ces deux théorèmes de sommation par paquets :

- Pour toute famille  $(a_{i,j})_{(i,j) \in \mathbb{N}^2}$  de réels positifs, caractérisation de la sommabilité de  $(a_{i,j})_{(i,j) \in \mathbb{N}^2}$ .  
Application au calcul de  $\sum_{i=0}^{+\infty} \sum_{j=0}^{+\infty} z_{i,j}$  pour une famille sommable  $(z_{i,j})_{(i,j) \in \mathbb{N}^2}$  de complexes dont on vérifie la sommabilité (*i.e.* celle de la famille  $(|z_{i,j}|)_{(i,j) \in \mathbb{N}^2}$  de réels positifs) via la caractérisation précédente.
- Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.

**Prévisions pour la semaine 9**

Début du chapitre sur les probabilités : vocabulaire sur les tribus, propriétés élémentaires des probabilités, probabilités conditionnelles, événements indépendants et généralités sur les variables aléatoires discrètes (attention, la notion d'espérance ne sera pas au programme).