Géométrie dans l'espace

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Exercice 1. 1. Dans l'espace, l'équation $z=3$ est l'équation d'un ...... dont ... et ... sont deux vecteurs directeurs.

2. Soit (D) droite d'équation paramétrique $\left\{\begin{array}{l} x=1-2t \\ y=2-t \\ z=3 \end{array}\right., t\in\mathbb{R}$.

Montrer que le point $A(1;2;3)$ appartient à (D).

Donner un vecteur directeur $\vec{u}=\left|\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right.$ de (D).

3. Soit $M(x;y;z)$ un point. Quelles sont les composantes du vecteur $\overrightarrow{AM}$?

Compléter : un point M appartient à la droite (D) si et seulement si il existe .... tel que $\overrightarrow{AM}=\ldots\vec{u}$.

4. Trouver un plan $(\mathscr{P})$ qui contient la droite (D).

5. Soit $(\mathscr{P}')$ le plan d'équation $x-2y+z=0$. Le plan $(\mathscr{P}')$ contient-il la droite (D) ?

Que peut-on en conclure en ce qui concerne l'intersection des plans $(\mathscr{P})$ et $(\mathscr{P}')$?

6. Trouver 3 points non alignés appartenant au plan $(\mathscr{P}')$.

En déduire deux vecteurs directeurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ de $(\mathscr{P}')$.

Exercice 2. 1. Donner une équation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point $A(0;1;-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u} = \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{vmatrix}$.

2. Déterminer l'intersection du plan $(\mathscr{P}_0)$ d'équation $2x-3y-z=2$ et de la droite (Δ).

3. La droite (Δ) et le plan $(\mathscr{P}_0)$ sont-il parallèles ?

4. Donner deux vecteurs directeurs du plan $(\mathscr{P}_0)$.

Exercice 3. Étudier la position relative des droites (D) et (Δ) des exercices 1 et 2. On commencera par déterminer $(D) \cap (\Delta)$.

Exercice 4. Soit $(\mathscr{P}')$ le plan d'équation $x-2y+z=0$. On considère le vecteur $\vec{n} = \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{vmatrix}$.

Vérifier que $\vec{v} \bullet \vec{n} = 0$ et que $\vec{w} \bullet \vec{n} = 0$, où $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont les vecteurs déterminés à l'exercice 1.

Que peut-on en conclure quant au vecteur $\vec{n}$ pour le plan $(\mathscr{P}')$?