

Contrôle continu n°2

Durée : une heure

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés. Les téléphones mobiles doivent être éteints et rangés.

Exercice 1. Soit pour tout $k \in \mathbb{R}$ le polynôme $P_k(X) = X^3 - 3X + k$ de $\mathbb{R}[X]$.

- 1) Déterminer tous les réels k tels que le polynôme P_k a une racine double.
- 2) Scinder pour chacun de ces réels k le polynôme P_k .

Exercice 2. Soient $P(X) \in \mathbb{R}[X]$ tel que le reste de la division de $P(X)$ par $X + 1$ soit 2 et le reste de la division de $P(X)$ par $X - 1$ soit -4 .

Quel est le reste de la division de $P(X)$ par $X^2 - 1$?

Exercice 3. Décrire, en fonction des valeurs du paramètre $\alpha \in \mathbb{C}$, l'ensemble des solutions du système

$$\begin{cases} x + y + \alpha z = 0 \\ x + \alpha y + z = 0 \\ \alpha x + y + z = 0 \end{cases} .$$

Exercice 4. Soit F le sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^4 engendré par les vecteurs suivants

$$a = (-1, 0, 1, 2), \quad b = (0, 1, -3, 1) .$$

Les vecteurs suivants appartiennent-ils à F ?

$$(-3, 2, -3, 8), \quad (-1, 3, 2, 1), \quad (\alpha, 1 - \alpha, \alpha - 1, \alpha - 7), \quad \alpha \in \mathbb{R}$$