

PROGRAMME DE COLLES

SEMAINE 3 (DU 5/10 AU 9/10)

Séries numériques

- Isomorphisme entre suites et séries (notion de série dérivée). L'espace vectoriel des séries convergentes.
- Suite des restes d'une série convergente.
- Séries géométriques.
- Emploi des relations de comparaison pour l'étude de la convergence d'une série à termes positifs.
- Comparaison logarithmique (à l'aide de $\frac{u_{n+1}}{u_n}$) ; comparaison à une série géométrique ; règle de d'Alembert.
- Comparaison de la nature de la série de terme général $f(n)$ et de l'intégrale de f lorsque f est positive et décroissante ; convergence de la série $\sum (f(n) - \int_n^{n+1} f(t) dt)$.
- Séries de Riemann. Comparaison à une série de Riemann.
- Sommation des relations de comparaison à des séries à termes réels positifs : cas des séries convergentes, cas des séries divergentes. La constante d'Euler. La formule de Stirling.
- Exemples d'évaluation asymptotique du reste d'une série convergente, des sommes partielles d'une série divergente.
- Applications des séries aux suites récurrentes.
- Sommation par paquets. Changement de l'ordre des termes. Produit de Cauchy de deux séries à termes positifs.
- Séries absolument convergentes (à valeurs dans un evn de dimension finie). Critères usuels de convergence absolue. Règle spéciale des séries alternées, majoration du reste.
- Méthode du développement asymptotique. Regroupement de termes. Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes.
- Exemples d'utilisation d'une transformation d'Abel.

Attention, les familles sommables et les séries doubles (et en particulier le théorème de Fubini) n'ont pas encore été vues.

Prévisions pour la semaine 4

Suites et séries de fonctions.