

PROGRAMME DE COLLES

SEMAINE 11 (DU 4/1 AU 8/1)

Révisions d'algèbre générale

- Groupes. Produit fini de groupes, sous-groupes, sous-groupe engendré par une partie, morphismes de groupes, groupes monogènes et cycliques, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, unicité du groupe cyclique à n éléments à isomorphisme près : c'est $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$ (qui est isomorphe à (\mathbb{U}_n, \times)), et unicité du groupe monogène infini, isomorphe à $(\mathbb{Z}, +)$, ordre d'un élément d'un groupe, étude de l'ordre d'un élément du groupe $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$, indicatrice d'Euler, description des sous-groupes de $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$, théorème de Lagrange, théorème des restes chinois version groupe, nombreux rappels sur le groupe symétrique.
- Anneaux.
 - * Généralités : formules du binôme et du multinôme (lorsque les éléments en jeu commutent deux à deux), produit fini d'anneaux, groupe $(U(A), \times)$ des inversibles de l'anneau $(A, +, \times)$, sous-anneaux, morphismes d'anneaux, anneaux intègres, corps, sous-corps.
 - * Idéaux d'un anneau commutatif. Idéaux de \mathbb{Z} , caractéristique d'un anneau. Idéal engendré par une partie. Divisibilité. Notion d'élément irréductible dans un anneau commutatif intègre.
 - * Arithmétique dans \mathbb{Z} . PGCD, théorème de Bézout, théorème de Gauss, algorithme d'Euclide, PPCM, décomposition en facteurs premiers.
 - * L'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Théorème des restes chinois version anneau. Retour sur l'indicatrice d'Euler. Théorème d'Euler, petit théorème de Fermat.

Prévisions pour la semaine 12

Fin des révisions d'algèbre générale : arithmétique dans $K[X]$, rappels sur les polynômes symétriques élémentaires et sur $K(X)$.