

Interro 2

Question de cours. Mettre $1 - i\sqrt{3}$ sous forme polaire. (2 points)

Exercice 1 (6 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = e^x \sin(x).$$

- 1) Calculer f' et f'' . (1 point)
- 2) Faire le tableau de variations de la fonction $e^x(\sin(x) + \cos(x))$ sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Donner la valeur de la fonction en $-\pi/4$. (2 points)
- 3) En déduire le tableau de variations de f sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (1 point).
- 4) Donner le plus grand intervalle I contenant 0 sur lequel f est croissante. (1 point)
- 5) Calculer $(f^{-1})'(0)$ (1 point).

Exercice 2 (6 points)

- 1) Donner le DL à l'ordre 3 en 0 de $\ln(1+x)$, puis celui de $\ln(1-x)$. (2 points)
- 2) En déduire le DL à l'ordre 3 en 0 de $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$. (1 point)
- 3) Donner le DL à l'ordre 3 en 0 de $\sin(x)$. (1 point)
- 4) Quelle est la limite de la fonction $\frac{1}{x^3} \left(\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 2\sin(x) \right)$ en 0 ? (2 points)

Exercice 3 (3 points) 1) Donner les solutions de l'équation différentielle $y' + 2y = 0$ sur \mathbb{R} . (1 point)

2) Soit l'équation différentielle $y' + 2y = 4ch(x)$ sur \mathbb{R} . Trouver une solution particulière de la forme $ach(x) + bsh(x)$. (1 point)

3) En déduire toutes les solutions de $y' + 2y = 4ch(x)$ sur \mathbb{R} . (1 point)

Exercice 4 (3 points)

- 1) Ecrire le nombre $16 + 16i$ sous forme polaire. (1 point)
- 2) Donner les 2 racines carrées de $16 + 16i$. (1 point)
- 3) Résoudre l'équation $4z^2 - 4z - i = 0$ dans \mathbb{C} . (1 point)